ESCOLA DR. ALFREDO JOSÉ BALBI

UNITAU

APOSTILA

INTRODUÇÃO A PROBABILIDADES

PROF. CARLINHOS

NOME: **N^{O}:**

PROBABILIDADES

Probabilidade é um conceito filosófico e matemático que permite a quantificação da incerteza, permitindo que ela seja aferida, analisada e usada para a realização de previsões ou para a orientação de intervenções. É aquilo que torna possível se lidar de forma racional com problemas envolvendo o imprevisível. A probabilidade teve o inicio de seus estudos nos jogos de azar Vejamos agora alguns conceitos importantes para o estudo da teoria das probabilidades:

Experimento Aleatório: É todo experimento que produz resultados imprevisíveis, dentre os possíveis, mesmo quando repetido em semelhantes condições. Ex: No lançamento de um dado honesto, pode-se obter os resultados 1, 2, 3, 4 ,5 e 6, ou seja, o resultado é incerto.

Espaço Amostral: É o conjunto de todos os resultados possíveis de um determinado experimento aleatório. Indicaremos por U. Vejamos alguns exemplos
Lançamento de um dado honesto: U = {1, 2, 3, 4, 5, 6, }
Lançamento de uma moeda: U = { cara, coroa}
Sexo de um recém nascido: U = {masculino, feminino}

Evento: É todo subconjunto do espaço amostral relacionado a um experimento aleatório. Considere o experimento aleatório, do lançamento de um dado honesto U = { 1, 2, 3, 4, 5, 6}, vejamos agora os seguintes eventos:
A : Um número par , A = {2, 4, 6}
B : Um número par e primo, B = {2} **(evento simples ou elementar)**
C: Um número maior que 6, C = Ø **(evento impossível)**
D: Um número menor que 7, D = {1,2,3,4,5,6} **(evento certo)** D = U
E : Um número menor ou igual 4 e F: um número maior ou igual a 4. Então: E = { 1,2,3,4} e F = { 4,5,6}, observe que E U F = U , logo, E e F são chamados de **eventos complementares.**
Indicaremos o complementar de um evento A por $\bar{A}$
G: Um número menor que 3 e H: um número maior que 3. Então: G ={1,2} e H = {4,5,6}, observe que G $\cap$ H = Ø, logo, G e H são chamados de **eventos mutuamente exclusivos**.

PROBABILIDADE DE UM EVENTO EM UM ESPAÇO AMOSTRAL FINITO

Seja U um espaço amostral equiprovável e A um de seus eventos. Denomina-se **probabilidade** do evento A o número P(A) tal que:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(U)}, \text{onde:} \qquad \begin{aligned} \mathrm{n(A)} &= \mathrm{n^o\ de\ elementos\ do\ evento\ A} \\ \mathrm{n(U)} &= \mathrm{n^o\ de\ elementos\ do\ espaço\ amostral\ U} \end{aligned}$$

PROBABILIDADE DA UNIÃO DE DOIS EVENTOS:

Se A e B são dois eventos do mesmo espaço amostral S, então:
P(A U B) = P(A) + P(B) – P (A $\cap$ B)
Se A $\cap$ B = ø , teremos:
P(A U B) = P(A) + P(B)

PROBABILIDADE DO EVENTO COMPLEMENTAR:

Sejam A um evento de um espaço amostral U e $\bar{A}$ o seu evento complementar, então:
P(A) + P($\bar{A}$) = 1 ou P($\bar{A}$) = 1 – P(A)

MULTIPLICAÇÃO DE PROBABILIDADES:
Se um acontecimento é composto por vários eventos sucessivos e independentes de modo que:
- O 1º evento é A e sua probabilidade é P(A);
- O 2º evento é B e sua probabilidade é P(B);
- O 3º evento é C e sua probabilidade é P(C);
- O n-ésimo evento é N e sua probabilidade é P(N), então a probabilidade de os eventos A, B, C e N ocorram nessa ordem é:

P = P(A). P(B). P(C)...P(N)

PROBABILIDADE CONDICIONAL:

Denomina-se probabilidade de A condicionada a B a probabilidade de ocorrência do evento A sabendo-se que ocorreu ou vai ocorrer o evento B, e é dada por:
$P(A/B) = n(A \cap B) / n(B)$

EXEMPLOS

1) No lançamento de um dado, determinar a probabilidade de se obter um número múltiplo de 3.
SOLUÇÃO:

O espaço amostral é U = { 1, 2, 3, 4, 5, 6}, portanto n(U) = 6
A ocorrência de um múltiplo de 3 é A = {3, 6}, portanto n(A) = 2

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(U)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \text{ ou } 33{,}33\%$$

2) Numa urna existem 30 bolas numeradas de 1 a 30. Retirando-se 1 bola ao acaso, qual probabilidade de que seu número múltiplo de 4 ou de 5.
SOLUÇÃO:

O espaço amostral é U = { 1, 2, 3, ..., 30}, portanto n(U) = 30
A ocorrência de um múltiplo de 4 é A = {4, 8, 12, 16, 20, 24, 28}, portanto n(A) = 7

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(U)} = \frac{7}{30}$$

A ocorrência de um múltiplo de 5 é B = {5, 10, 15, 20, 25, 30}, portanto n(B) = 6

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(U)} = \frac{6}{30}$$

$A \cap B$ = { 20 }, portanto $n(A \cap B) = 1$

$$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(U)} = \frac{1}{30}$$

P(A U B) = P(A) + P(B) – P (A ∩ B) = $\frac{7}{30} + \frac{6}{30} - \frac{1}{30} = \frac{12}{30} = \frac{2}{5}$ ou 40%

3) Se a probabilidade de um piloto ganhar uma corrida é de 1/5. Qual a probabilidade desse piloto não ganhar essa corrida ?

SOLUÇÃO:

Seja P(A) = 1/5, probabilidade de ganhar a corrida e $P(\bar{A})$ a probabilidade de não ganhar a corrida, então:
$P(A) + P(\bar{A}) = 1 \rightarrow 1/5 + P(\bar{A}) = 1 \rightarrow P(\bar{A}) = 1 - 1/5 = 4/5$ ou 80%

4) De um baralho de 52 cartas extraem-se duas cartas sucessivamente e sem reposição. Qual a probabilidade se obter um ás e um valete nessa ordem ?

SOLUÇÃO :

Considere os eventos :

A : sair um ás na 1^a retirada, então $P(A) = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$

B : sair um valete na 2^a retirada, então $P(B) = \frac{4}{51}$

Logo a probabilidade de ocorrer ás na 1^a retirada e valete na 2^a retirada sem reposição, é dada por :

$P = P(A).P(B) = \frac{1}{13}.\frac{4}{51} = \frac{4}{663}$ ou 0,60%

5) Lança-se um par de dados não viciados. Se a soma dos pontos nos dois dados foi 8, calcule a probabilidade de ocorrer a face 5 em um deles.

SOLUÇÃO :

Considere os eventos :

A : O 5 em uma das faces, então $A = \{(1,5), (5,1), (2,5), (5,2), (3,5), (5,3), (4,5), (5,4), (5,5)\}$, logo :

$n(A) = 9$

B : A soma dos pontos igual a 8, então $B = \{(2,6), (6,2), (3,5), (5,3), (4,4)\}$, logo :

$n(B) = 5$

$A \cap B = \{(3,5), (5,3)\}$, então $n(A \cap B) = 2$

Logo a probabilidade de ocorrer A dado que ocorreu B é :

$P(A/B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{2}{5}$ ou 40%

Bibliografia:
Curso de Matemática – Volume Único
Autores: Bianchini&Paccola – Ed. Moderna
Matemática Fundamental - Volume Único
Autores: Giovanni/Bonjorno&Givanni Jr. – Ed. FTD
Contexto&Aplicações – Volume Único
Autor: Luiz Roberto Dante – Ed. Ática